Wyznaczniki

1 W pewnej sieci prądu stałego stwierdzono, że trzy niezależne prądy gałęziowe i_1, i_2 oraz i_3 spełniają następujący układ równań liniowych:

$$\begin{cases} -2i_1 + 8i_2 - 3i_3 = 3 \\ -i_1 - 3i_2 + 5i_3 = 5 \\ 4i_1 - 2i_2 - i_3 = 2 \end{cases}$$

Użyj wyznaczników, aby wykazać, że $i_3 = 2{,}5$ A oraz oblicz wartość i_1 i i_2.

Odpowiedź **Rozwiązanie**

Odpowiedzi

1 $i_1 = 2{,}0$ A z dokładnością do jednego miejsca po przecinku
$i_2 = 1{,}8$ A z dokładnością do jednego miejsca po przecinku

Pytanie **Rozwiązanie**

Rozwiązania

1 Postać macierzowa trzech równań opisujących sieć prądu stałego to:

$$\begin{pmatrix} -2 & 8 & -3 \\ -1 & -3 & 5 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Aby wyznaczyć wartość i_3, skorzystamy z twierdzenia Cramera:

$$i_3 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 8 & 3 \\ -1 & -3 & 5 \\ 4 & -2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2 & 8 & -3 \\ -1 & -3 & 5 \\ 4 & -2 & -1 \end{vmatrix}}$$

W mianowniku znajduje się wyznacznik macierzy współczynników, zaś w liczniku występuje wyznacznik macierzy współczynników z trzecią kolumną zastąpioną kolumną widniejącą po prawej stronie układu.

$$= \frac{-2\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} - 8\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}}{-2\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} - 8\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{-2(-6+10) - 8(-2-20) + 3(2+12)}{-2(3+10) - 8(1-20) - 3(2+12)}$$

$$= \frac{-8+176+42}{-26+152-42}$$

$$= 2{,}5$$

Podstawienie tej wartości do dwóch pierwszych równań układu daje:

$$\begin{cases} -2i_1 + 8i_2 - 7{,}5 = 3 \\ -i_1 - 3i_2 + 12{,}5 = 5 \end{cases}$$

Zatem:

$$\begin{cases} -2i_1 + 8i_2 = 10{,}5 \\ -i_1 - 3i_2 = -7{,}5 \end{cases}$$

Drugie równanie mnożymy stronami przez -2, otrzymując:

$$\begin{cases} -2i_1 + 8i_2 = 10{,}5 \\ 2i_1 + 6i_2 = 15 \end{cases}$$

Po dodaniu stronami dostaniemy:

$14i_2 = 25{,}5$, zatem $i_2 = 25{,}5/14 = 1{,}8$ A z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

Podstawienie tej wartości do pierwszego z dwóch powyższych równań daje:

$-2i_1 + 8(1{,}8) = 10{,}5$, zatem $i_1 = 2{,}0$ A z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

Pytanie **Odpowiedź**